

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ ПОБУДОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Устименко Р.В. – студент 3 курсу, інтегрованої групи*.

*Овсієнко Ю.І. – науковий керівник, ст. викл. каф. вищої математики

Математичне моделювання у сільському господарстві – наближений опис процесів або явищ за допомогою математичної символіки. Це потужний метод пізнання оточуючого світу, прогнозування й управління.

Математична модель (ММ) – це система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище у вигляді схем, графіків, креслень, формул, графів.

Одним із точних методів математичного моделювання є – метод найменших квадратів (МНК). Це універсальний метод регресійного аналізу для оцінки невідомих величин за результатами вимірювань (спостережень), що містять випадкові похибки. МНК застосовується на практиці для наближеного представлення ММ експериментальних даних, враховуючи суттєві додаткові фактори. Або в процесі переходу від більш складних (нелінійних ММ) до ін., більш простих функцій. МНК є досить зручним і корисним для обробки експериментальних даних.

Найпростішою ММ є лінійна, але в агро-біології зустрічаються не лише лінійні, а й нелінійні зв'язки між варіюючими ознаками. Серед них досить поширеною є квадратична залежність, типовий представник якої – параболічна “лактаційна крива”. Квадратичною функцією є найбільш точною для опису залежності урожайності сільськогосподарських культур від глибини зрошення. Крім лінійної і квадратичної функцій, в агро-біологічних дослідженнях досить поширені наступні види нелінійних залежностей: гіперболічна $y = \frac{a}{x} + b$, степенева $y = bx^a$, показникова $y = ab^x$, експоненційна

$y = e^{ax+b}$, логістична $y = \frac{N}{1 + e^{ax+b}}$ та ін. [5]. Нелінійні залежності зводять до ММ, рівнянням якої є лінійна функція ($y = ax + b$), підстановкою, логарифмуванням або двома зазначеними способами одночасно.

Враховуючи різноманітність типів емпіричних залежностей, які зустрічаються у практиці фахівців-аграріїв, раціональним є застосування комп'ютерної техніки, зокрема табличного процесора *Excel*. Найбільш поширеними прийомами роботи з електронними таблицями в процесі побудови ММ МНК є: “Маркер автозаповнення”, функції “Копировать – Вставить”, майстер побудови графічних об'єктів “Мастер диаграмм”.

Наведемо приклад застосування МНК під час побудови нелінійної ММ за допомогою табличний процесор MS Excel із інженеро-технологічної практики.

Завдання (квадратична залежність). У досліді вивчається залежність урожайності сільськогосподарської культури Y (ц / га) від глибини зрошення X (см). Дослідні дані значень змінних x_i та y_i наведено у таблиці (таблиця 1) [3, с.175-177]. МНК побудувати емпіричну залежність Y від X .

Таблиця 1:

Таблиця даних залежності врожайності сільськогосподарської культури від глибини зрошення

№ спостереження	1	2	3	4	5	6
Глибина зрошення X , (см)	0	10	20	30	40	50
Врожайність Y , (ц / га)	10,4	14	14,7	14,3	13,7	12

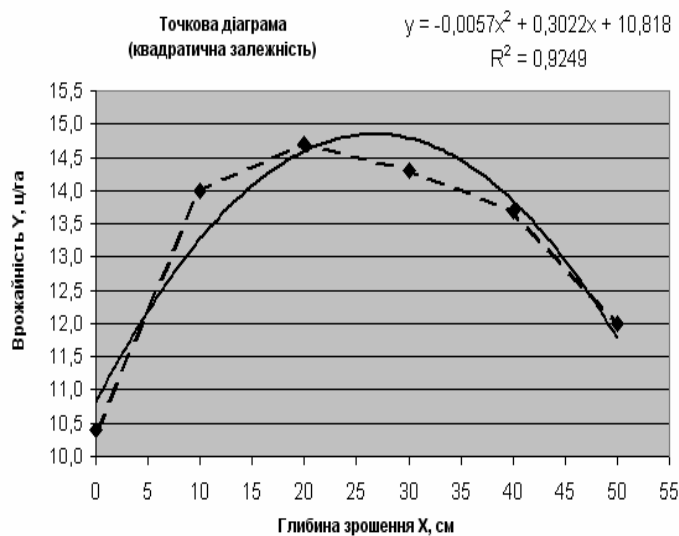
За алгоритмом МНК виконаємо обчислення.

1. За дослідними даними будуємо точкову діаграму.
 2. Числове значення лінійного коефіцієнта кореляції y на x $r_{xy} \approx 0,22$ вказує на слабкий лінійний кореляційний зв'язок між y_i та x_i , але не заперечує можливість існування нелінійного зв'язку між дослідними даними (рис. 1, А).

3. Аналіз графіка вказує на те, що залежність між x_i й y_i може бути квадратичною тому, що графік нагадує параболу (рис. 1, Б). Отже, у якості моделі обираємо квадратичну функцію: $y = ax^2 + bx + c$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Відшукання параметрів квадратичної залежності							
2								
3	№ спостереження	x_i	y_i	x_i^4	x_i^3	x_i^2	$x_i^2 \cdot y_i$	$x_i \cdot y_i$
4	1	0	10,4	0	0	0	0	0
5	2	10	14,0	10000	1000	100	1400	140
6	3	20	14,7	160000	8000	400	5880	294
7	4	30	14,3	810000	27000	900	12870	429
8	5	40	13,7	2560000	64000	1600	21920	548
9	6	50	12,0	6250000	125000	2500	30000	600
10	сума	150	79,1	9790000	225000	5500	72070	2011
11	Коефіцієнт кореляції							
12		9790000	225000	5500				0,2169
13	$\Delta =$	225000	5500	150	=	392000000		
14		5500	150	6				
15								
16		72070	225000	5500				
17	$\Delta_a =$	2011	5500	150	=	-22190000		
18		79,1	150	6				
19								
20		9790000	72070	5500				
21	$\Delta_b =$	225000	2011	150	=	1184540000		
22		5500	79,1	6				
23								
24		9790000	225000	72070				
25	$\Delta_c =$	225000	5500	2011	=	42406000000		
26		5500	150	79,1				
27								
28	$a =$	-0,0057						
29	$b =$	0,3022						
30	$c =$	10,818						
31								

А)



Б)

Рис. 1

I. Попередній аналіз.

II. Застосування МНК. Аналіз моделі та висновки.

4. Для знаходження параметрів a , b , c обраної моделі скористаємось системою нормальних рівнянь (1). Згідно даних задачі отримаємо систему (2):

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + c \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 9790000a + 225000b + 5500c = 72070, \\ 225000a + 5500b + 150c = 2011, \\ 5500a + 150b + 6c = 79,1. \end{cases} \quad (2)$$

Числові значення параметрів a , b і c знайдемо за формулами Крамера, для обчислення визначників використаємо функцію: **МОПРЕД(діапазон_комірок)** (рис. 1, А).

5. Для контролю обчислень побудуємо лінію тренда і знайдемо коефіцієнт R^2 .

Примітка: у вікні **“Линия тренда”** вказуємо тип: **“Полиномиальная”**, встановивши прапорець біля параметра **“Степень: 2”**.

У даному випадку коефіцієнт достовірності апроксимації становить $R^2 = 0,9249$ (рис. 1, Б). Це означає, що обрана модель на 92,5% пояснює варіацію врожайності сільськогосподарської культури в залежності від глибини зрошення.

Рівняння, одержане безпосереднім обчисленням параметрів квадратичної залежності МНК і коефіцієнти рівняння лінії тренда співпадають, що є свідченням правильності проведених розрахунків (рис. 1, А, Б).

6. Аналіз одержаної емпіричної залежності (моделі):

1) параметр $a = -0,0057$ характеризує зміну темпу приросту врожайності сільськогосподарської культури Y залежно від глибини зрошення X , а параметр $b = 0,3022$ показує початковий темп приросту врожайності залежно від глибини зрошення. Щодо параметра $c = 10,818$, то він вказує на початкову врожайність культури при відсутності зрошення;

2) обчислені за одержаною моделлю значення врожайності при глибині зрошення 10 см та 20 см дорівнюють 13,3 ц/га та 14,6 ц/га, а при 30 см та 40 см, відповідно 14,8 ц/га та 13,8 ц/га. Отже, приріст урожайності сільськогосподарської культури при збільшенні глибини зрошення на 10 см залежить від глибини зрошення і становить 1,3 ц/га, у першому випадку, і 1 ц/га у другому. Таким чином, при різній глибині зрошення темп приросту урожайності різний;

3) глибина зрошення, при якій досягається максимальна врожайність відповідає абсцисі вершини параболи: $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,3022}{2 \cdot (-0,0057)} \approx 26,51$

(см), причому, максимальна врожайність становить: $y_0 = y(x_0) = -0,0057 \cdot (26,51)^2 + 0,3022 \cdot 26,51 + 10,818 \approx 14,62$ (ц/га).

Відповідь: залежність врожайності даної культури від глибини зрошення описується рівнянням: $y = -0,0057x^2 + 0,3022x + 10,818$. Максимальна врожайність становить 14,62 ц/га при глибині зрошення 26,51 см.

У практиці інженера-технолога часто зустрічаються й інші типи емпіричних залежностей (під час написання курсових, дипломних робіт). Їх дослідження є швидким і раціональним за умови застосування комп'ютерної техніки, зокрема табличного процесора *Excel*, прикладних програм *Advanced Grapher*, *Gran 1* та ін.

СПОСІБ ЗМЕНШЕННЯ СТУПЕНЮ ЕНЕРГОВИТРАТ ПЕРЕВЕЗЕННЯ НЕЗЕРНОВОЇ ЧАСТИНИ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ КУЛЬТУР

Білаш О.В., студент 4 курсу*

*Науковий керівник: к.т.н., доцент Слинко О.П

В Україні площа зернових культур у сприятливі роки сягає 15,5 — 16,5 млн. га, або 45 — 50 % загальної посівної площі [2]. Технологічний процес вирощування озимої пшениці являється трудомістким у рослинництві, а тому потребує розробки і застосування високопродуктивних і екологічно безпечних засобів механізації, зокрема для перевезення незернової частини урожаю (далі НЧУ) з поля. Найпоширенішою зерновою культурою в Україні є озима пшениця, посіви якої займають, залежно від року, 6,4— 7,3 млн. га землі. Основним методом використання НЧУ є тюкування, а потім перевезення на зберігання чи переробку.

Технологія перевезення НЧУ є енерго- і трудомістким процесом. Одним із важливих завдань перевезення НЧУ є якнайшвидше завантаження з мінімальними затратами праці та ресурсів. Для цього в основному в нашому сільському господарстві застосовують навантажувач типу ПЭ-0,8Б, а для транспортування КАМАЗ- 45142. Такий спосіб економічно не вигідний, так як він залучає велику кількість робочої сили, техніки і ресурсів. В зв'язку з цим, винайдення нових та більш економічно вигідних способів перевезення вантажів, є актуальним питанням сьогодення.

На сьогоднішній день існує велика кількість машин для транспортування незернової частини сільськогосподарських культур [1]. Але вони мають масу недоліків:

- великі габаритні розміри;
- неможливість транспортування вантажів які мають обмеження в довжині (стовбури дерев, стовпи, труби);
- мало функціональні (відсутня можливість самонавантаження зокрема з різних боків, відсутня трансформація конструкції і автоматична фіксація її елементів);
- висока вартість (враховуючи, що вони виготовляються переважно закордоном);