

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ЗВ'ЯЗОК В ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЯХ

Чичуліна К.В., к.т.н., ст. викладач

Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка

Узагальнено теоретичні підходи в установленні та аналізі функціональної чи статистичної залежності (при умові її існування) окремого економічного показника від впливу ряду факторів, які мають випадковий характер. Визначено, що досліджуючи окремо кореляційну залежність пари величин, вона уособлює зв'язок між двома показниками. Встановлено, що розгляд економіко-математичної моделі надає можливість отримати характеристики та показники існуючого економічного об'єкта або системи.

Generalized theoretical approaches in establishment and analysis of functional or statistical dependence (under condition of existence) for separate economic proofs from a number of casual factors. It is established, that investigating separate correlation dependence of pair values, it personifies communication between two indicators. It is established that consideration economic mathematical model gives the chance to receive characteristics and indicators of existing economic object or system.

Постановка проблеми. В багатьох випадках, коли достовірно відомо, що залежність існує, кореляційний аналіз може не дати результатів в наслідок того, що залежність нелінійна (виражена, наприклад, у вигляді параболи). Факт кореляційної залежності не дає можливості стверджувати, яка із змінних попереджує чи є причиною змін, або змінні причинно пов'язані між собою (у випадку дії третього фактора).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання врахування кореляційних залежностей в розрахунках імовірності подій представлені в роботах Вентцель Е.С. [2], Пічугіна С.Ф. [4]. Сучасні методи структурної надійності, аналізу відмов складних структурних систем проаналізовані в іноземних літературних джерелах [5-7].

Постановка завдання. Представити форму визначення імовірності події, яка не відбудеться в економіко-математичних моделях з урахуванням коефіцієнту кореляції між її елементами. Отримати об'єктивну оцінку існуючим формулам розрахунку імовірності того, що подія не відбудеться з урахуванням кореляційного зв'язку, перетворити та удосконалити їх. Забезпечити отримання деякої інформації про одну змінну за допомогою другої змінної за допомогою кореляційної залежності пари величин.

Виклад основного матеріалу дослідження. Кореляційний аналіз є методом обробки статистичних даних, який полягає у вивченні коефіцієнтів кореляції між змінними. При цьому порівнюються коефіцієнти кореляції між однією парою або численними парами ознак для встановлення між ними статистичних взаємозв'язків.

Розгляд економіко-математичної моделі надає можливість отримати характеристики та показники існуючого економічного об'єкта або системи [1]. При умові узагальнення типів математичних моделей, в такі системи входить опис множини їх можливих станів та закон переходу з одного стану до іншого (закон функціонування). Такі економіко-математичні моделі, які в

подальшому будемо розглядати як окремі системи подій, були направлені на дослідження окремих частин та функціональних складових економіки. Даний метод обробки статистичних даних доволі поширений в секторах, галузях, регіонах, комплексах моделей виробництва, споживання, формування та розподілу прибутків, трудових ресурсів, ціноутворення, фінансових зв'язках, а також в психології та соціології. Сфера використання коефіцієнтів кореляції всеохоплююча.

Кореляційний аналіз тісно пов'язаний з регресійним аналізом, мета якого полягає в експериментальному визначенні параметрів кореляційних залежностей між економічними показниками шляхом спостереження за характером їх змін.

Проте часто оманлива простота кореляційного дослідження, яка підштовхує робити помилкові, неусвідомлені висновки щодо наявності причинно - наслідкового зв'язку між парами ознак, в той час, як коефіцієнти кореляції встановлюють лише статистичні взаємозв'язки.

У сучасній кількісній методології соціальних наук, фактично, відбулась відмова від спроб встановити причинно - наслідкові зв'язки поміж змінними, які досліджуються емпіричним шляхом. Тому, коли науковці стверджують про встановлення взаємозв'язків між досліджуваними змінними, мається на увазі загальнотеоретичне припущення або статистична залежність.

Згідно із загальною класифікацією математичних моделей, вони поділяються на функціональні та структурні, охоплюючи проміжні форми (структурно-функціональні). В економічних дослідженнях найчастіше використовуються структурні моделі, де велике значення мають взаємозв'язки підсистем. Функціональні моделі широко застосовуються в економічному регулюванні - коли на поводження об'єкта «вихід» впливають змінюючи «вхід». Один і той самий об'єкт може описуватися водночас як структурною, так і функціональною моделлю. За характером відображення причинно-наслідкових зв'язків розрізняють детерміновані моделі та моделі, що враховують випадковість і невизначеність – стохастичні.

Популярність методу зумовлена двома моментами: коефіцієнти кореляції відносно прості в розрахунках, їх застосування не потребує спеціальної математичної підготовки. В поєднанні з простотою інтерпретації, простота використання коефіцієнта кореляції призвела до його широкого розповсюдження у сфері аналізу статистичних даних.

У випадках, коли можливе досягнення мети, говорять, що змінні корелюють. В загальному вигляді прийняття припущення про наявність кореляції визначає те, що зміна значення A , відбудеться одночасно з пропорційною зміною значення B .

Кореляція відображає лише лінійну залежність величин, а не їх функціональний зв'язок. Наприклад, якщо вирахувати коефіцієнт кореляції між величинами $A = \sin(x)$ та $B = \cos(x)$, то він буде близький нулю, тобто (лінійна) залежність між величинами буде відсутня. Між тим, величини A та B пов'язані функціонально по закону $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.

Часто при вивченні зв'язку між показниками x та y існує можливість

виключення третього показника z , який виступає як загальний фактор змін показників, що необхідно проаналізувати. Для цього використовується коефіцієнт часткової кореляції ($r_{x,y,z}$), властивості якого співпадають з властивостями коефіцієнта парної кореляції, що характеризує тісноту лінійної залежності між двома змінними на фоні дії усіх інших показників. Математично дану залежність можна виразити, як залежність результативного показника y від факторного показника x . Зв'язки можуть бути прямими та зворотними. В першому випадку із зростанням показника x , збільшується показник y , при зворотному зв'язку – із збільшенням показника x , зменшується показник y .

Врахування кореляційного зв'язку між елементами системи при визначенні імовірності появи або відсутності певної події має ряд різнобічних підходів, які можна віднести до загальних. Існує думка про врахування коефіцієнту кореляції від 0 до 1, який би він не був [2], що відноситься до класичної теорії імовірності. Відповідно методу розрахунку PNET, межа коефіцієнту кореляції дорівнює 0,7 [6]. Цей рівень дуже високий, і при великому розкиді параметрів, величини не потрапляють в зону врахування кореляційного зв'язку (точки кореляційного поля). Тому об'єктивний аналіз та адекватне врахування кореляційного зв'язку при визначенні імовірності появи або відсутності настання події з урахуванням передумов залежності або незалежності елементів є актуальним питанням.

При розгляді економіко-математичних моделей в аспекті структурних форм існує можливість представлення їх у вигляді систем з послідовним з'єднанням елементів (рис.1).

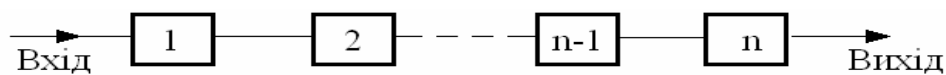


Рис. 1. Структурна схема послідовного з'єднання елементів економіко-математичної моделі

Ймовірності появи (P_n) та відсутності (Q_n) певної події для послідовного з'єднання розраховується за наступними формулами :

$$P_n = \prod_{i=1}^n P_i = \prod_{i=1}^n (1 - Q_i), \quad (1)$$

$$Q_n = 1 - \prod_{i=1}^n P_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - Q_i). \quad (2)$$

В проведеному дослідженні коефіцієнт кореляції визначався за [3]:

$$r_{ij} = \frac{\text{cov}(x_i, x_j)}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{M[(x_i - m_{x_i})(x_j - m_{x_j})]}{\sigma_i \sigma_j}, \quad (3)$$

де m_{x_i} , m_{x_j} – математичне очікування координати x_i і відповідно x_j ; σ_i , σ_j – стандарт координати x_i і відповідно x_j ; $\text{cov}(x_i, x_j)$ – математичне очікування добутку центрованих координат x_i , x_j .

Розглянемо попередні значення імовірності відсутності появи двох подій системи за умови абсолютної залежності $r_{ij}=1$, тоді елементи необхідно замінити одним з максимальною імовірністю того, що подія не відбудеться

Q_{max} . Якщо елементи незалежні з $r_{ij}=0$, то така імовірність двох елементів одночасно знаходиться за формулою (2):

$$Q_{s\ ij}^n = 1 - P_{s\ ij}^n = 1 - P_i \cdot P_j = 1 - (1 - Q_i) \cdot (1 - Q_j). \quad (4)$$

При коефіцієнті кореляції рівному по модулю одиниці, говорять про функціональний зв'язок (лінійну залежність), тобто зміни двох величин можна описати лінійною функцією.

Передбачимо лінійну залежність (в параметрах зміни парного коефіцієнту кореляції r_{ij} від 0 до 1) імовірності того, що подія не відбудеться незалежних та залежних послідовно з'єднаних ряду подій. Треба відмітити, що згідно [2] коефіцієнт кореляції характеризує не будь-яку залежність, а тільки лінійну залежність.

Визначаємо імовірність залежних між собою послідовно з'єднаних двох подій (Q_s^3) за лінійною інтерполяцією згідно з рис. 2 та за наступними формулами:

при умові однакових ймовірностей Q_i та Q_j :

$$Q_s^3 = Q_s^n - r_{ij} (Q_s^n - Q_i), \quad (5)$$

при умові різних ймовірностей Q_i та Q_j :

$$Q_s^3 = Q_s^n - r_{ij} (Q_s^n - Q_{max}), \quad (6)$$

де Q_i та Q_j – імовірність того, що подія не відбудеться i -го або j -го елементу; Q_s^n – імовірність системи двох незалежних елементів; Q_{max} – максимальна імовірність між i -м та j -м елементами.

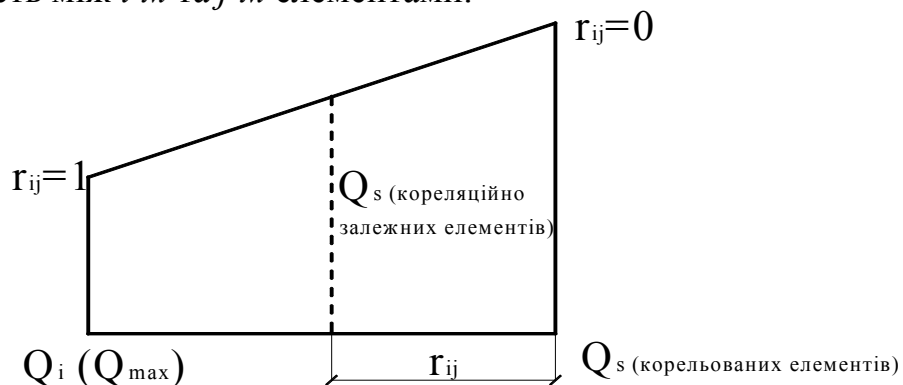


Рис. 2. Лінійна інтерполяція визначення імовірності відсутності події послідовно з'єднаних корельованих елементів економіко-математичної моделі

Основним недоліком, що властивим лінійним моделям з двома змінними є їхня неадекватність до реальної дійсності. Це викликано по-перше тим, що кореляційна залежність між економічними величинами практично ніколи не буває в чистому вигляді лінійною; по-друге, багато факторів, які впливають на ці дві змінні, залишаються за межами моделі, тобто неврахованими, тому моделювання – це циклічний процес. Це означає, що за першим циклом може слідувати другий, третій тощо. При цьому знання про досліджуваний об'єкт розширюються та уточнюються, а початкова модель поступово вдосконалюється. Недоліки, знайдені після першого циклу моделювання, зумовлені недостатніми знаннями досліджуваного об'єкта та похибками при побу-

дові моделі, можливо виправити в послідуєчих циклах. Таким чином в методології моделювання закладені великі можливості саморозвитку та відділення вирішальних змінних від не вирішальних, виявлення достатньої кількості змінних, виявлення їх залежності.

Випадкові величини, для яких кореляційний момент (коефіцієнт кореляції) дорівнює нулю, називають некорельованими, інколи «незв'язаними». В тому разі, коли коефіцієнт кореляції дорівнює нулю необхідна, проте недостатня умова незалежності випадкових величин. З незалежності випадкових величин витікає їх некорельованість; навпроти, з некорельованості величин ще не слідує їх незалежність. Умова незалежності випадкових величин – більш жорстка, ніж умова некорельованості.

На практиці можуть траплятись такі випадки, коли якості факторних та результативних ознак не можуть бути виражені кількісно. Тому для вимірювання тісноти взаємодії необхідно використовувати так звані непараметричні методи. Найбільше розповсюдження дістали рангові коефіцієнти кореляції, в основу яких покладений принцип нумерації значень статистичного ряду. При використанні коефіцієнтів кореляції рангів, корелюються не самі значення показників x та y , а тільки номери місць, які вони займають в кожному ряді значень. Отже, номер кожної окремої одиниці буде її рангом.

Коефіцієнти кореляції, які спираються на використання методу ранжування були запропоновані К. Спірменом та М. Кенделом.

До непараметричних методів досліджень можна віднести коефіцієнт асоціації K_{ac} та коефіцієнт контингенції $K_{кон}$, які використовуються якщо, наприклад, необхідно вивчити тісноту залежності між якісними показниками, кожний з яких виражений у вигляді альтернативних ознак. Для визначення цих коефіцієнтів створюється розрахункова таблиця (таблиця чотирьох полів).

Якщо необхідно оцінити тісноту зв'язку між альтернативними ознаками, які можуть приймати будь яку кількість варіантів значень, використовується коефіцієнт взаємного об'єднання Пірсона (K_n).

Для характеристики елементарного ступеню тісноти зв'язку застосовують коефіцієнт Фехнера, який доцільно використовувати з метою встановлення факту існування зв'язку при невеликому об'ємі вихідної інформації.

Висновки. Існує можливість представлення економіко-математичних моделей в аспекті структурних форм у вигляді систем з послідовним з'єднанням елементів. Кореляційна залежність між економічними величинами практично ніколи не буває в чистому вигляді лінійною. Багато факторів залишаються за межами моделі, тобто неврахованими, тому моделювання – є циклічним процесом. Кореляція відображає лише лінійну залежність величин, проте не відображає їх функціонального зв'язку. Трапляються випадки, коли якості факторних та результативних ознак не можуть бути виражені кількісно. Для вимірювання тісноти взаємодії необхідно використовувати непараметричні методи.

Література:

1. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576с.: ил.
3. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера / В.П. Сигорский. – К.: Техника, 1977. – 766 с.
4. Пічугін С.Ф. Врахування кореляційного зв'язку між елементами в оцінках надійності будівельних конструкцій / С.Ф. Пічугін, К.В. Чичуліна // Міжвідомчий наук.-техн. зб. наук. пр. (будівництво).– Київ: ДП НДІБК, 2011. – Вип. 70: В 2-х кн.: Книга 1. – С. 386–394.
5. Dan M. Frangopol. Reliability and optimization of structural systems: assessment, design, and life-cycle performance : proceedings of the thirteenth IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems Kobe, Japan, October 11-14 2006 // Dan M. Frangopol, Mitsuo Kawatani , Chul-Woo Kim. Taylor & Francis, 2007 – 269 p.
6. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural reliability methods // Department of mechanical engineering. Technical University of Denmark maritime engineering. 2003. – 323 p.
7. Hitoshi Furuta. Reliability and optimization of structural systems: proceedings of the 10th IFIP WG7.5 Working Conference on Reliability and optimization of structural systems, Osaka, Japan, 25-27 March 2002 / H. Furuta, M. Sakano. Taylor & Francis, 2003 – 276 p.

УДК 314.18 : 314.04 (477.53)

СОЦІАЛЬНО-ДЕМОГРАФІЧНА ХАРАКТЕРИСТИКА СІЛЬСЬКОГО НАСЕЛЕННЯ ПОЛТАВСЬКОЇ ОБЛАСТІ

Шамота Ю.Ю., здобувач

Полтавська державна аграрна академія

Проаналізовано демографічну ситуацію у Полтавській області та виявлено основні тенденції її зміни. Розглянуто рівень зайнятості сільського населення та рівень його освіченості. Підраховано економічні втрати від безробіття сільського населення.

The demographic situation in Poltava region, basic tendencies her change is analyzed. The level of employment rural population and level of education is considered. The economic loss from unemployment country population is estimated.

Постановка проблеми. Метою розвитку цивілізованого суспільства має виступати досягнення європейського рівня та якості життя людей.

Основним показником, визнаним міжнародною спільнотою, що відображує якість життя людей у країні, є індекс розвитку людського потенціалу. За 1990-2010 рр. зазначений показник зменшувався по всіх країнах, що піддавалися аналізу, за винятком Китаю, де спостерігалось його збільшення. При цьому найбільше негативне відхилення цього показника характерне для України та Російської Федерації, зокрема, у 2010 р. у вказаному рейтингу Україна займала 69 місце, тоді як Польща – 41 місце, Словаччина – 31 місце [7]. Основними складовими індексу людського розвитку (його індикаторами) є тривалість життя людей, рівень освіченості та показник виходу реального ВВП на душу населення (розрахованим за паритетом купівельної спроможності національної валюти) [1, с. 494]. При цьому, впродовж тривалого історичного періоду рівень та якість життя сільського населення залишаються значно нижчими, ніж жителів міських поселень.