

## **ВИЩА МАТЕМАТИКА**

*Укладач – доцент кафедри математики, логіки та фізики, к. пед. н., доцент І. М. Горда*

Програма навчальної дисципліни «Вища математика» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки ЗВО СВО «Бакалавр» спеціальності «Публічне управління та адміністрування».

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є теоретичні засади математичного апарату.

**Міждисциплінарні зв'язки:** дисципліна загальної підготовки обов'язкової частини є базою для вивчення дисциплінам «Статистика», «Облік і аудит», «Економіка підприємства», «Економіко-математичні методи та моделі».

### **1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**1.1. Метою викладання навчальної дисципліни** є формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату.

**1.2. Основними завданнями вивчення навчальної дисципліни** є вивчення основних принципів та інструментарію математичного апарату, який використовується для розв'язування економічних задач.

**1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми у здобувачів вищої освіти мають бути сформовані наступні елементи компетентності:**

*знання:*

поняття матриці; види матриць; дії з матрицями; поняття оберненої матриці; матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь; поняття рангу матриці; поняття визначника; властивості визначників; теорему Кронекера-Капелі; правило Крамера; метод Гаусса-Жордана; поняття загального та частинного розв'язків системи лінійних рівнянь; поняття лінійної залежності системи векторів; поняття базису системи векторів; поняття власних чисел і власних векторів матриць; поняття квадратичної форми; рівняння прямої на площині; умови паралельності і перпендикулярності прямих; рівняння еліпса, гіперболи та параболи; геометричний зміст систем лінійних рівнянь і нерівностей на площині; поняття геометричного вектора; поняття скалярного добутку геометричних векторів; умови колінеарності та перпендикулярності векторів; рівняння площини і прямої в просторі; поняття границі числової послідовності; поняття границі функції в точці і на нескінченності; властивості границь функції; поняття односторонньої границі функції в точці; поняття нескінченно малої та нескінченно великої функції; поняття неперервності функції в точці і на відрізку; властивості неперервних функцій; поняття точок розриву функції, їх класифікацію; поняття похідної, її геометричний та фізичний зміст; поняття похідної, її економічний зміст; правила обчислення похідних; поняття диференціала, його властивості; теореми Ролля, Лагранжа і Коші; правило Лопіталя; ознаки монотонності, екстремуму, опуклості, точки перегину; поняття асимптоти функції; формули параметрів похилих асимптот; поняття функції кількох, двох змінних; поняття частинних похідних; поняття повного диференціала; ознаки екстремуму функцій двох змінних; правило знаходження глобального екстремуму; метод найменших квадратів; поняття первісної, її властивості; поняття невизначеного інтеграла, його властивості; методи інтегрування підстановкою і частинами; поняття визначеного інтеграла, його геометричний зміст і властивості; поняття невластивих інтегралів; поняття подвійного інтеграла; поняття диференціального рівняння; поняття загального і частинного розв'язків диференціального рівняння; задачу Коші для диференціальних рівнянь; рівняння першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні і лінійні; лінійні рівняння другого порядку; загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння із сталими коефіцієнтами; поняття числового ряду, його збіжність і суму; необхідну умову збіжності числового ряду; властивості збіжних рядів; ознаки порівняння додатних рядів;

ознаки Д'Аламбера і Коші (радикальну та інтегральну); ознаку Лейбніца; поняття абсолютної та умовної збіжності ряду; властивості абсолютно збіжних рядів; поняття інтервалу та радіуса збіжності степеневому ряду; властивості степеневих рядів; ряди Тейлора та Маклорена.

*вміння:*

виконувати дії з матрицями; обчислювати обернену матрицю; обчислювати визначники; розв'язувати системи лінійних рівнянь за правилом Крамера, методом Гаусса та матричним методом; обчислювати скалярний добуток векторів; розкласти вектор за даним базисом; знаходити власні числа та власні вектори матриці; розв'язувати стандартні задачі на пряму на площині; будувати на координатній площині розв'язки систем лінійних нерівностей; розв'язувати стандартні задачі на криві другого порядку; обчислювати кут між векторами і проекцію вектора на вісь; розв'язувати стандартні задачі на площину та пряму; обчислювати границі простих функцій; досліджувати елементарні функції на неперервність; визначати характер точок розриву елементарних функцій; обчислювати похідні і диференціали елементарних функцій; складати рівняння дотичної і нормалі до графіка функції; обчислювати границі за правилом Лопітала; досліджувати функції за допомогою похідної; будувати ескізи графіків нескладних елементарних функцій; обчислювати частинні похідні та похідні неявних функцій; обчислювати похідну за напрямом і градієнт; знаходити екстремуми функції двох змінних; визначати параметри лінійної залежності за методом найменших квадратів; обчислювати невизначені інтеграли за таблицею, підстановкою і частинами; обчислювати визначені інтеграли заміною змінної і частинами; обчислювати інтегралом площу плоских фігур; розв'язувати диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, однорідні і лінійні; розв'язувати лінійні однорідні рівняння із сталими коефіцієнтами; досліджувати числові ряди на збіжність за необхідною та інтегральною ознаками, ознаками Д'Аламбера, Коші та Лейбніца; знаходити область збіжності степеневому ряду; застосовувати степеневі ряди.

*способи мислення:*

– генерування понять, тобто пізнання студентами сутності математичних понять, узагальнення їх характеристик та взаємозв'язків;

– формулювання суджень, тобто низки пов'язаних міркувань, спрямованих на з'ясування істинності або хибності певної теореми, алгоритму розв'язування задачі, відсутності або наявності взаємозв'язків між математичними поняттями;

– формулювання умовиводів, що передбачає на основі декількох суджень виведення нового з необхідною або певною мірою вірогідності, що слідує із них.

*професійні, світоглядні і громадянські якості:*

– здатність використовувати математичні знання в майбутній професійній діяльності;

– здатність виявляти причинно-наслідкові зв'язки між економічними явищами на основі математичних закономірностей, прогнозувати їх стан у майбутньому;

– сформованість культури поведінки особистості, розвиток мотивації до майбутньої професійної діяльності.

*морально-етичні цінності:*

– сформованість уявлення про моральні цінності особистості;

– виховання моральності, самостійності, етичності;

– сформованість почуття відповідальності за свій вибір та прийняття рішення.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 150 години / 5 кредитів ЄКТС.

## **2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Тема 1. Елементи теорії матриць і визначників**

Поняття прямокутної матриці, мінору та алгебраїчного доповнення. Визначники 2-го та 3-го порядку. Визначники матриць вищих порядків. Розклад визначників за елементами рядка (стовпця). Методи обчислення визначників. Види матриць. Основні операції з

матрицями. Ранг матриці. Методи обчислення рангу. Поняття оберненої матриці. Розв'язування матричних рівнянь. Використання комп'ютерного аналізу до обчислення визначників та дій з матрицями. Модель багатогалузевої економіки.

### **Тема 2. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь**

Умови сумісності систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Види систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язок систем  $n$  рівнянь з  $n$  невідомими (методи Крамера та оберненої матриці). Розв'язання довільних систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Загальний та частинний розв'язок. Метод Жордана-Гаусса. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

### **Тема 3. Елементи матричного аналізу**

Поняття квадратичної форми. Додатньо визначені форми. Умови Сильвестра. Перетворення квадратичної форми до канонічного вигляду. Розв'язання економічних задач.

### **Тема 4. Векторна алгебра та аналітична геометрія**

Векторна алгебра. Лінійні операції з векторами. Модуль вектора. Скалярний добуток двох векторів. Довжина вектора. Кут між векторами. Векторний добуток. Мішаний добуток. Лінійна залежність та незалежність векторів. Прямокутна декартова система координат у просторі. Аналітична геометрія. Загальне рівняння прямої на площині. Його дослідження. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Рівняння прямої, яка проходить через дві точки. Відстань від точки до прямої. Точка перетину прямих. Загальне рівняння площини. Рівняння площини перпендикулярно вектору і паралельно вектору. Умови паралельності та перпендикулярності площин. Лінії 2-го порядку (еліпс, гіпербола, парабола).

### **Тема 5. Елементи теорії границь**

Поняття функції та способи їх завдання. Основні елементарні функції. Застосування функції в економіці. Границя числової послідовності. Основні властивості збіжних послідовностей. Нескінченно малі і нескінченно великі величини та їх властивості. Границя функції. Односторонні границі. Розкриття невизначеностей. Основні теореми про границі. Арифметичні теореми про границі. I та II особливі границі. Неперервність функції.

### **Тема 6. Диференціальне числення функції однієї змінної**

Приріст аргументу та функції. Означення неперервності функції в точці та на проміжку. Неперервність основних елементарних функцій. Основні теореми про неперервні функції. Точки розриву функцій та їх класифікація. Означення похідної, її геометричний, механічний та економічний зміст. Дотична до кривої. Залежність між неперервністю та диференційованістю функцій. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій. Похідні вищих порядків. Похідна складеної функції. Означення диференціала функції. Правила знаходження диференціала. Диференціал складної функції. Застосування диференціала для наближених обчислень.

### **Тема 7. Граничний аналіз**

Граничні витрати. Граничні виручка. Граничний прибуток. Функції споживання та збереження. Еластичність. Задача максимізації прибутку. Теореми Ролля, Лагранжа, Кроші. Формула Тейлора.

### **Тема 8. Дослідження функцій та побудова їх графіків**

Теореми про середнє значення. Правило Лопітала. Зростання та спадання функції. Опуклість, угнутість та точки перегику функцій. Екстремуми функцій. Асимптоти графіків функцій. Загальна схема дослідження функцій та побудови графіків.

### **Тема 9. Основні поняття функції багатьох змінних та їх інтерпретація в економічній теорії**

Означення функції багатьох змінних. Область визначення. Границя функції багатьох змінних. Неперервність. Графічне зображення.

### **Тема 10. Диференційованість функції багатьох змінних**

Частинний та повний прирости функції багатьох змінних. Частинні похідні функції

багатьох змінних. Повний диференціал функції багатьох змінних. Повна похідна. Похідна за напрямом. Градієнт.

#### **Тема 11. Екстремум та умовний екстремум функції двох змінних**

Основні означення. Необхідна умова екстремуму. Найбільше та найменше значення функції у замкненій області. Умовний екстремум. Метод найменших квадратів. Розв'язування економічних прикладів.

#### **Тема 12. Інтегральне числення**

Первісна функції. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця невизначених інтегралів. Безпосереднє інтегрування. Методи інтегрування: заміною, частинами. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування дробово-раціональних та тригонометричних функцій. Задача про обчислення площі криволінійної трапеції. Означення визначеного інтеграла та його властивості. Теорема Ньютона-Лейбніца. Методи інтегрування заміною та частинами у визначеному інтегралі. Невласні інтеграли. Подвійний та потрійний кратні інтеграли. Застосування визначеного інтегралу для знаходження функцій витрат, прибутку, споживання тощо. Коефіцієнт нерівномірності розподілу прибутку. Виграш споживачів та виграш постачальників. Дослідження стратегії розвитку.

#### **Тема 13. Диференціальні рівняння**

Основні поняття. Задача Коші. Теорема існування та єдності розв'язку. ДР 1-го порядку: з відокремлюваними змінними, лінійні та однорідні. Лінійні ДР із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Лінійні неоднорідні ДР. Загальний та частинний розв'язки. Еластичність та функція попиту. Модель оптимізації ставки податку.

#### **Тема 14. Ряди та їх застосування**

Основні означення. Збіжність рядів. Необхідна умова збіжності. Властивості збіжних рядів. Гармонічний ряд. Геометричний ряд. Достатні умови збіжності рядів з додатними членами. Ознаки порівняння, Коші, Д'Аламбера. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Теорема Коші. Ознака Лейбніца. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності. Область збіжності степеневого ряду. Формула і ряд Тейлора. Розвинення деяких елементарних функцій в ряд Тейлора та наближені обчислення.

#### **Тема 15. Елементи фінансової математики та математичної економіки**

Арифметична прогресія та прості відсотки. Властивості арифметичної прогресії. Поняття простих відсотків на капітал. Геометрична прогресія та складні відсотки. Властивості геометричної прогресії. Поняття складних відсотків на капітал. Математика фінансів. Рахунки накопичення. Розрахунки ренти. Погашення боргу. Застосування різницевих рівнянь в математиці фінансів.

### **3. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

#### **Основна**

1. Флегантов Л. О. Вища математика. Курс лекцій для економічних спеціальностей: [Навч. посіб.] / Флегантов Л. О., Яворська В. М., Яворський К. Е.. – Полтава : ПДАА, 2009. – 280 с.
2. Барковский В. В. Вища математика для економістів [Навч. посіб.] / В. В. Барковский, Н. В. Барковська. – [Вид 4-те]. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 448 с.
3. Барковский В. В. Вища математика для економістів : Навч. посіб. [Електронний ресурс] / Барковский В. В., Барковська Н. В. – [5-те вид. ] – К. : Центр учбової літератури, 2010. – 448 с. – Режим доступу : <http://www.cul.com.ua/preview/Vischa%20matematika%20dlya%20economistiv-Barkovskiy%20%20vid.pdf>. – Назва з титул. екрана.
4. Дубовик В. П. Вища математика: [Навч. посіб.] / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К.: Видавництво А.С.К., 2003. – 648 с.
5. Карасев А. И. Курс высшей математики для экономических вузов. Ч. I. Основы высшей математики [Текст] / А. И. Карасев, З. М. Аксютин, Т. И. Савельева. – М.: Высш. школа, 1982. – 282 с.

6. Дубовик В. П. Вища математика [Збірник задач] / В. П.Дубовик, І. І. Юрик. – К. : А.С.К., 2003. – 480 с.

#### **Допоміжна**

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов. Т. 1. [Текст] / Н. С.Пискунов. – М.: Наука, 1970. – 238 с.

2. Лавренчук В. П. Вища математика. Частина 1: Навчальний посібник [Текст] / В. П. Лавренчук, Т.І. Готинчан, В.С. Дронь та ін. – [2-е вид. ] – Чернівці: Рута, 2002. – 191 с.

3. Лавренчук В. П. Вища математика. Частина 2: Навчальний посібник [Текст] / В. П. Лавренчук, Т.І. Готинчан, В.С. Дронь та ін. – 2-е вид. – Чернівці: Рута, 2002. – 208 с.

4. Кудрявцев В. А. Краткий курс высшей математики [Текст] / В. А.Кудрявцев, В. П.Демидович. – М. : Наука, 1986. – 316 с.

5. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: [Учеб. пособ. в 3-х томах] / П. Е Данко, А. Г. Попов. – М. : Высш. школа, 1967. – Т.1,2. – 464 с.

6. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике: [Учеб. пособ.] / В. П. Минорский. – М. : Наука, 1987. – 352 с.

#### **Інформаційні ресурси:**

2. Exponenta.ru [Электронный ресурс] / Образовательный математический сайт. – Режим доступа : <http://www.exponenta.ru/>. – Назва з титул. екрана.

3. Система дистанційного навчання Полтавської державної аграрної академії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://moodle.pdaa.edu.ua/>.– Назва з титул. екрана.